

Zur Rissentwicklung und neuartige Tragmodelle von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung unter Einzellasten in der Nähe von Endauflagern

von Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

1. Rissentwicklung bei auflagernahen Einzellasten

Bei Betrachtungen für den Zustand I in [1] konnte mit Hilfe einer Untersuchung über das Minimum der Formänderungsarbeit an Hand eines vereinfachten Tragmodells festgestellt werden, dass sich bei Einzellasten in der Nähe von Endauflagern ein Tragsystem einstellt, bei dem sich Spannungszustände nach der Biegetheorie und einem Sprengwerk überlagern. Diese Überlagerung stellt sich bei Stahlbetontragwerken im Zustand II in sehr ähnlicher Form ein.

Allerdings ist bei Tragwerken im Zustand II eine solch einfache Betrachtung über das Minimum der Formänderungsarbeiten nicht ohne weiteres möglich, da ein sehr wichtiger Einfluss nicht erfasst werden kann: Durch die Rissbildung werden nicht nur Zugdehnsteifigkeiten verändert, sondern es können dadurch vielmehr auch Tragelemente, die sich im Zustand I einstellen, außer Kraft gesetzt werden. Das anschaulichste Beispiel bilden hierfür die Stegzugspannungen, die nach der Biegetheorie wirksam sind und durch entsprechende Rissbildung unterbunden, bzw. umgelenkt werden. Es erscheint wenig erfolgversprechend, derartige Einflüsse mit einem Rechenmodell abbilden zu wollen.

Obwohl Einzellasten in der Nähe von Endauflagern in der Praxis nicht all zu häufig vorkommen - und wenn, dann sind sie bei Stahlbetonkonstruktionen meist nennenswert von Gleichlasten überlagert - erhält dieser Fall der Überlagerung der Biegebeanspruchung mit der Tragwirkung eines Sprengwerks zusätzlich Bedeutung, da diese Überlagerung bei verschiedenen Versuchen vorlag, ohne dass dies bei der Versuchsauswertung bislang entsprechend analysiert worden wäre.

Es stellt sich daher die Frage, ob aus den Rissbildern von Versuchskörpern die anteilige Tragwirkung von Sprengwerken im Falle von auflagernahen Einzellasten abgeleitet werden kann. In diesem Fall darf im Bereich zwischen Einzellast und Auflager nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Gesetzmäßigkeiten der Biegetheorie gelten; der gesamte Bereich muss als D-Bereich angesehen werden. Für den hier betrachteten Fall, dass die Einzellast in einem Abstand von $a \leq 2 \cdot d$ vom Auflager angreift, wird dieser Bereich als **D_{e1} -Bereich** bezeichnet.

Tatsächlich ist es in vielen Fällen auf verblüffend einfache Art möglich, die anteilige Tragwirkung von Sprengwerken qualitativ nachzuweisen: Man muss nur auf die Abbildungen der Versuchskörper das entsprechende Sprengwerk zeichnen und schon kann man feststellen, dass in zahlreichen Fällen der kritische Stegriss zumindest abschnittsweise der geneigten Druckstrebe des Sprengwerks folgt, also mit ihr in Wechselwirkung steht.

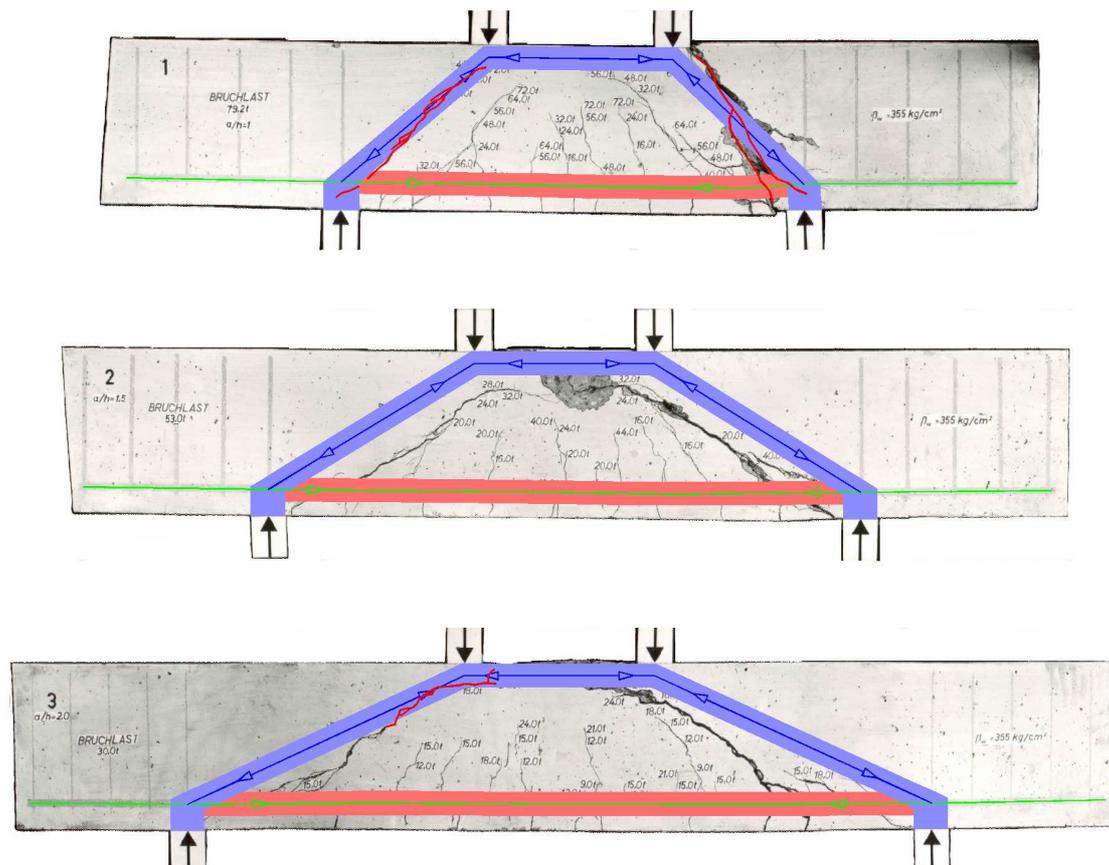


Bild 1: Versuchsbalken 1 bis 3 aus [2] mit überlagerten Sprengwerken

Für diese Vorgehensweise werden die Balken 1 bis 3 von *Leonhardt* und *Walther* verwendet, die in [2] veröffentlicht wurden. Im *Bild 1* wurde ihnen jeweils das zugehörige Sprengwerk zeichnerisch überlagert. Bei den Balken 1 und 3 ist auf den ersten Blick zu sehen, dass der kritische Stegriss zumindest abschnittsweise mit der zugehörigen Druckstrebe des Sprengwerks zusammenfällt. Bei genauerer Betrachtung können für die Balken jedoch folgende Unterschiede festgestellt werden:

Balken 1: Die Bruch auslösenden Risse verlaufen *durchgehend auf* den geneigten Druckstreben.

Balken 2 und 3: Die Bruch auslösenden Risse verlaufen *weitestgehend außerhalb* der geneigten Druckstreben.

Als gemeinsames Merkmal der Balken 1, 2 und 3 ist dagegen erkennbar, dass die aufgetretenen Risse im Wesentlichen geneigt etwa zu einem gemeinsamen Mittelpunkt weisen. Sie sind daher nicht primär durch Biege- oder Sprengwerksbeanspruchung entstanden, sondern im Wesentlichen Folge der Lasteinleitung. Diese Form der Rissentstehung wird im Weiteren als Zustand II.1D bezeichnet.

Bei den Balken 2 und 3 ist jedoch bereits zu erkennen, dass die Rissabschnitte unterhalb der Längsbewehrung rechtwinklig zum Rand verlaufen. Dies deutet darauf hin, dass hier der Beginn der Rissentwicklung durch parallel zum Querschnittsrand verlaufenden Zugspannungen aus Biege- oder Sprengwerksbeanspruchung ausgelöst wurde. Die weitere Rissentwicklung läuft aber auch hier deutlich konzentrisch zu einem ideellen, gemeinsamen Kräfteinleitungspunkt, was zeigt, dass die Zugspannungen in Folge der Kräfteinleitung hier also größer sind als diejenigen aus der Biege- bzw. Sprengwerkswirkung.

Das *Bild 2* zeigt noch einmal die Balken 1 bis 3 aus [2] mit diesem gedachten, ideellen Kräfteinleitungspunkt, der sich in der Mitte des Abstandes a_E der Einzellasten und etwa $a_E / 2$ über dem oberen Balkenrand befindet und von dem aus konzentrische Strahlen über die Balken gelegt wurden. Der Vergleich mit den Rissrichtungen zeigt, dass mit diesem Ansatz die Rissrichtungen in sehr guter Näherung beschrieben werden.

Dieser Zusammenhang kann vorläufig allerdings nur für die hier aufgezeigten Balken aus [8] festgestellt werden. Eine Verallgemeinerung ist nicht möglich, da weitere Versuche mit anderen Lastabständen a_E für entsprechende Parameterstudien nicht zur Verfügung stehen.

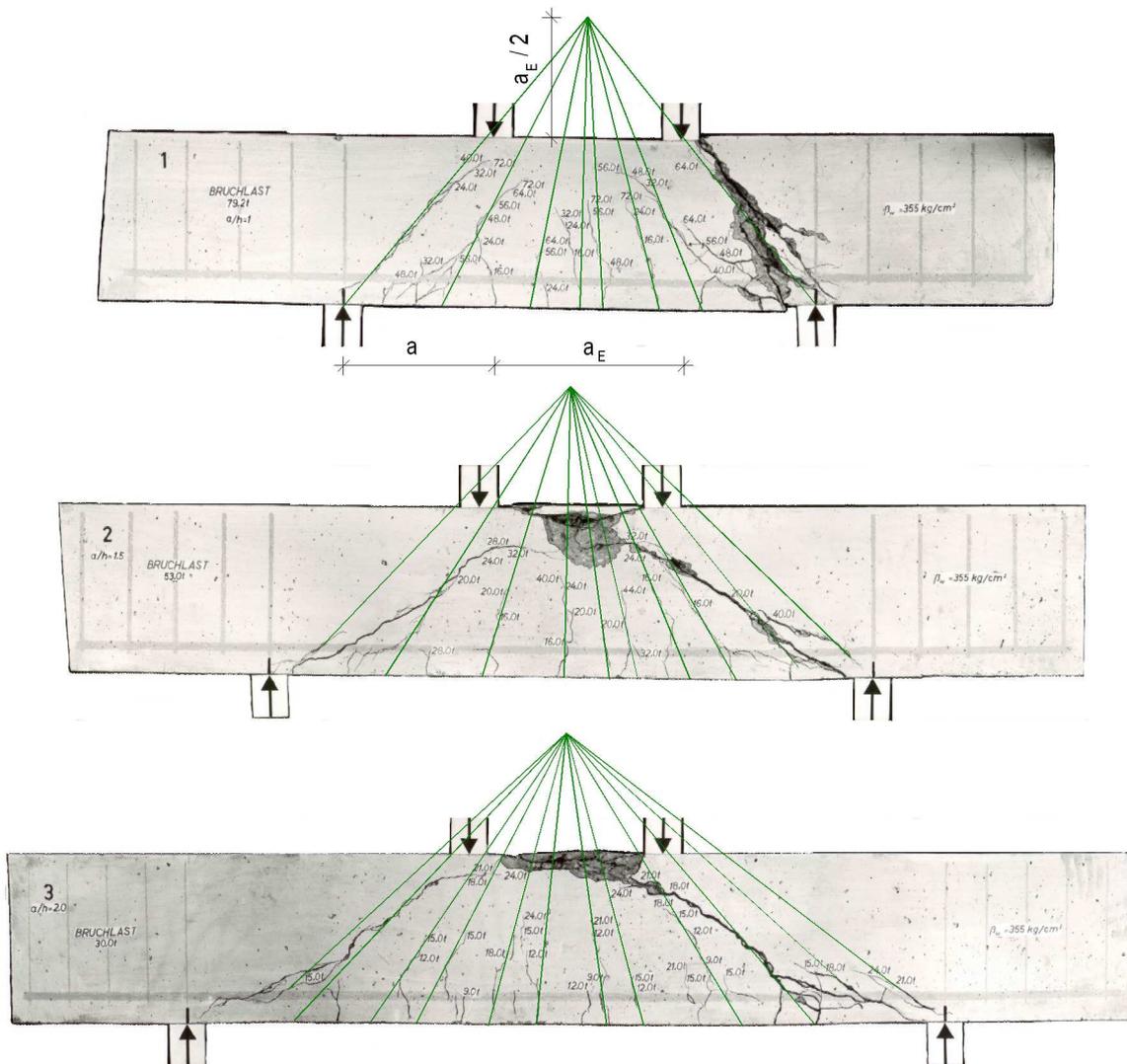


Bild 2: Strahlenförmiger Verlauf der Risse der Balken 1 bis 3 aus [2]

Versucht man zunächst, die Versagensursache des Balkens 1 zu ergründen, so stellt man fest, dass hier in Folge der Laststellung bei $a = d$ die unter 45° geneigte Hauptrisse mit den Druckstreben des Sprengwerksystems zusammenfallen. Der endgültige Bruch wurde - wie die rechte Balkenhälfte zeigt - durch Versagen der Druckstrebe ausgelöst. Aus der Tatsache, dass sowohl oben als auch unten der kritische Riss unmittelbar an den Auflager- rand führt, kann auf offensichtlich überlagerte Kerbspannungen gefolgert werden, die sich an den Kräfteinleitungs- rändern einstellen.

Diese Versagensursache wird ansatzweise bereits in [3] von *Kordina* und *Blume* angesprochen. Die Versagensform wird zwar als „Scherbruch“ bezeichnet, aber für das Versagen wird teilweise der „Spaltzugriss“ verantwortlich gemacht.

Das Rissbild des Balkens 1 gibt keine Anhaltspunkte dafür, dass zwischen dem Zustand II.1D und dem Versagen einer oder gar mehrere Zwischenzustände, wie sie in B-Bereichen entstehen (vgl. [4]), aufgetreten sind. Dies ist ein weiterer Beleg dafür, dass es physikalisch nicht zulässig sein kann, die verschiedensten Beanspruchungsfälle (B-Bereiche, unterschiedliche D-Bereiche) alle mit dem gleichen Bemessungswert beurteilen zu wollen.

Bei den Balken 2 und 3 ist offensichtlich, dass sie im Bereich der Druckbeanspruchung zwischen den eingeleiteten Lasten versagt haben. Es ist auch hier erkennbar, dass weitgehend die unter 45° geneigten Risse aus der Krafteinleitung die entscheidende Rolle gespielt haben. Anders als die übrigen Risse, die sich aus der Krafteinleitung einstellten, sind diese Risse bis in die Druckzone vorgedrungen.

Hier wurden die Risse auf Grund der Spannungsüberlagerung mit den Druckspannungen aus der Biege- bzw. Sprengwerksbeanspruchung in die randparallele Richtung umgelenkt und haben die ursprünglich vorhandene Druckzone verschmälert - beim Balken 2 weniger, beim Balken 3 erheblich. Dies führte zu dem Ergebnis, dass das erreichte Bruchmoment des Balkens 2 rund 30 % größer ist als dasjenige des Balkens 3.

Somit gilt auch für die Balken 2 und 3, dass der maßgebliche Bruchzustand unmittelbar dem Zustand II.1D folgte. Obwohl das Versagen hier anders geartet ist als beim Balken 1, werden alle drei Balken dem **D_{e1} -Bereich** zugeordnet. Dieser kann somit abgegrenzt werden, indem er Situationen mit Einzellasten umfasst, die einen Abstand von maximal $2,0 \cdot d$ vom Endauflager aufweisen. Bei Lastabständen $a \leq d$ versagen die Träger in der geneigten Druckstrebe, bei Lastabständen $1 < a/d \leq 2$ versagen sie im Druckgurt.

Es ist im Übrigen davon auszugehen, dass sinngemäß zu D_{e1} -Bereichen **D_{11} -Bereiche** wirksam werden, wenn Einzellasten in Abständen von $a \leq 2 \cdot d$ bei Innenauflagern angreifen, wobei die im *Bild 3* dargestellte Ähnlichkeit nur dann gegeben sein kann, wenn auf Grund der gesamten Belastungssituation zwischen der Einzellast und dem Innenaufleger kein Momentennullpunkt entsteht. Auf diese Situation kann jedoch nicht weiter eingegangen werden, da den Verfassern keine Versuche bekannt sind, die diesen Fall repräsentieren würden. Dies ist ein Punkt, für den noch Forschungsbedarf besteht.

Abweichend von den zahlreichen Versuchen, denen D_{e1} -Bereiche zu Grunde liegen, tritt in der Stahlbetonpraxis meistens die Situation auf, dass diese Bereiche überlagert werden durch Spannungszustände aus weiteren Lasten. Auch auf die Betrachtung solcher Fälle muss verzichtet werden, da entsprechende Versuchsergebnisse nicht zur Verfügung stehen. Auch hier ist auf entsprechenden Forschungsbedarf hinzuweisen.

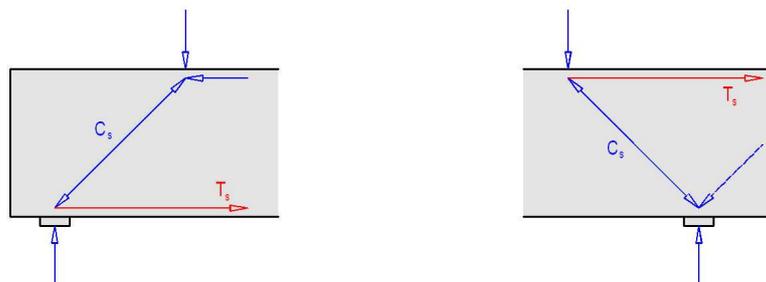


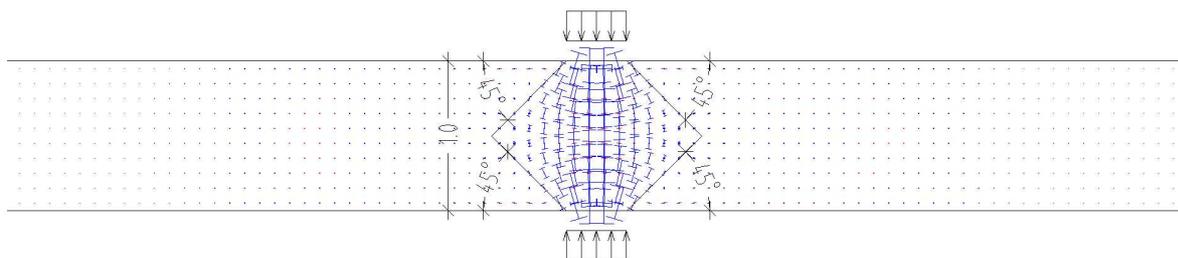
Bild 3: Kraftfluss bei D_{e1} -Bereichen und D_{11} -Bereichen

2. Bemessungsmodell für D_{e1} -Bereiche

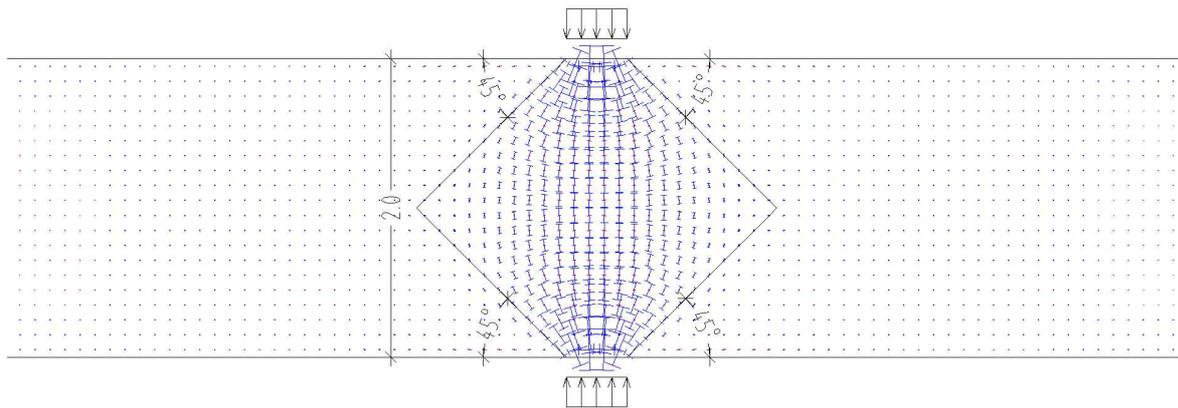
Entsprechend der hier vorgestellten Definition von D_{e1} -Bereichen werden als Einzellasten in der Nähe von Endauflagern solche Auflasten bezeichnet, die in einem Abstand $a \leq 2 \cdot d$ angreifen. Dabei kann noch unterschieden werden zwischen Lasten im Abstand $a \leq d$ und Lasten im Abstand $d < a \leq 2 \cdot d$. Bei letzteren wurde an Hand der Versuchsbalken 2 und 3 aus [2] gefolgert, dass bei derart belasteten Balken die Druckzone in Folge von kombinierter Biege- und Sprengwerksbeanspruchung versagt. Selbstverständlich sind zur Bestätigung dieser Feststellung weitere Versuchsserien erforderlich. Es wird dennoch davon ausgegangen, dass die Tragfähigkeit solcher Balken alleine durch die Tragfähigkeit der Druckzone, deren Höhe allerdings durch die Rissbildung verringert sein kann, bestimmt wird. Beim Balken 2 wurde annähernd die rechnerische Biegetragfähigkeit erreicht, beim Balken 3 dagegen nur noch ca. 70 % davon. Dieses Ergebnis lässt sich gut durch die Rissbilder der beiden Balken bestätigen: Beim Balken 2 reichen die Stegrisse nicht so weit in den Querschnitt hinein, so dass sich hier eine relativ hohe Druckzone ausbilden konnte. Beim Balken 3 dagegen erreichten die Stegrisse fast den oberen Querschnittsrand, so dass die Druckzone stark eingeschnürt wurde. Zur Ausarbeitung entsprechender Zusammenhänge zwischen Balkengeometrie, Belastung und Stegrissbildung reichen die vorliegenden Forschungsergebnisse jedoch nicht aus, weshalb auf die Herleitung einer allgemein gültigen Bemessungsgleichung für Balken mit einer Einzellast im Abstand $d < a \leq 2 \cdot d$ verzichtet werden muss.

Bei Balken mit Lasten im Abstand $a \leq d$ spielt dagegen die Biegetragfähigkeit nur eine untergeordnete Rolle. Hier wurde aus den Rissverläufen gefolgert, dass sich bei so geringen Lastabständen eine direkte Druckstrebe zum Auflager ausbildet und der Balken auf Grund von Krafteinleitungs- und von Spaltzugspannungen dieser Druckstrebe versagt, also im Zustand II.1D. Um die Größe solcher Zugspannungen rechnerisch erfassen zu können, muss jedoch zuvor der Verlauf der Spannungen in der Druckstrebe näher untersucht werden.

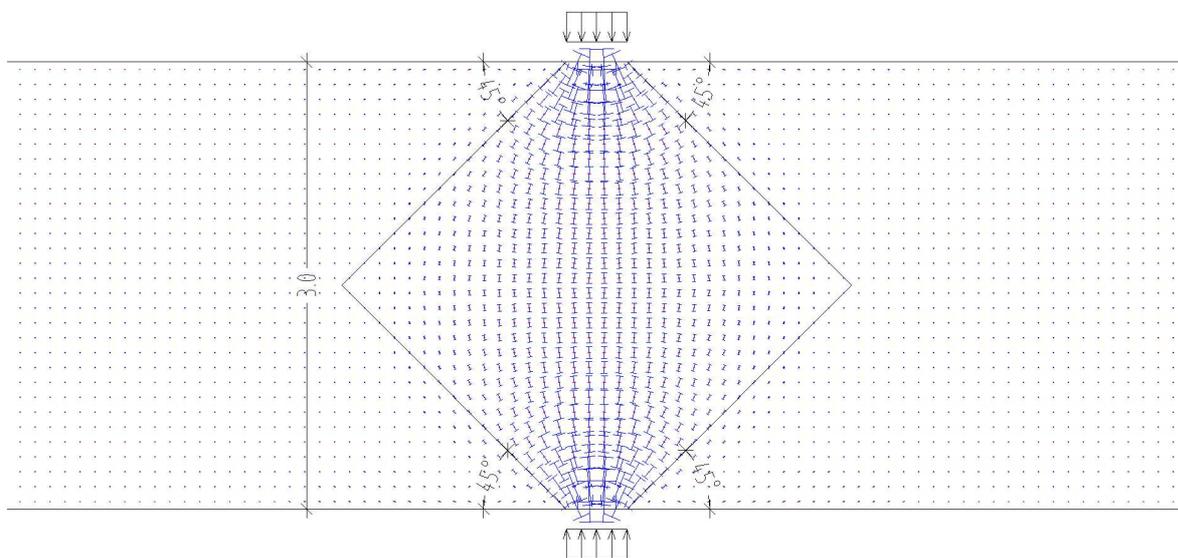
Dazu werden zunächst drei FE-Berechnungen durchgeführt, bei denen die Einzellast jeweils symmetrisch durch den Querschnitt geleitet wird. Um Spannungsspitzen zu vermeiden, ist in den Berechnungen einheitlich eine kurze Streckenlast von 100 kN/m auf 0,40 m Länge anstelle einer Einzellast angesetzt. Die Breite der Querschnitte wird zu 0,30 m angenommen. Es werden drei Querschnitte berechnet, einmal mit einer Höhe von 1,0 m, einmal mit einer Höhe von 2,0 m und einmal mit einer Höhe von 3,0 m. Die sich ergebenden Hauptspannungsverläufe im Bereich der Last sind in den *Bildern 4.a bis 4.c* dargestellt. Zusätzlich sind auch die 45°-Linien, ausgehend vom Lastrand, eingezeichnet. Aus diesen Bildern lässt sich gut die Lastausbreitung unter 45°, unabhängig von der Querschnittshöhe, ablesen, und es sind auch die rot dargestellten Spaltzugkräfte (Hauptzugspannungen rechtwinklig zu den Hauptdruckspannungen) zu erkennen. Es wird also im Folgenden eine Lastausbreitung unter 45° ausgehend von den Rändern der Lasteinleitung angesetzt.



a) Balkenhöhe 1,0 m



b) Balkenhöhe 2,0 m



c) Balkenhöhe 3,0 m

Bild 4: Hauptspannungsverläufe bei unterschiedlichen Balkenhöhen

Bei einem Versatz der Last zum Auflager würde sich dann die im *Bild 5* rot dargestellte Geometrie des Ausbreitungskegels einstellen. Da die Berechnung der maximalen Breite dieses Ausbreitungskegels, die für die Ermittlung der Spannungswerte erforderlich ist, bei dieser Geometrie mathematisch jedoch sehr aufwendig ist, wird näherungsweise und vereinfachend die grün dargestellte Geometrie angenommen.

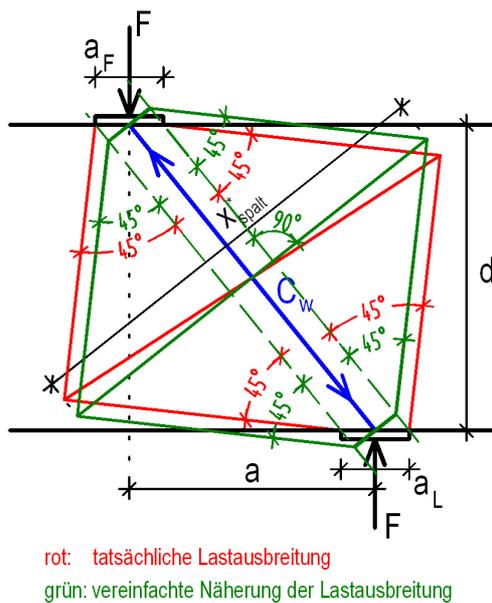


Bild 5: Lastausbreitung bei auflagernahen Lasten

Bei dieser vereinfachten Geometrie ergibt sich unter der Annahme, dass a_L und a_F ungefähr gleich groß sind, die maximale Breite des Ausbreitungskegels näherungsweise zu:

$$x_{\text{Spalt}}^* = \sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \cdot \sin \alpha \quad (1).$$

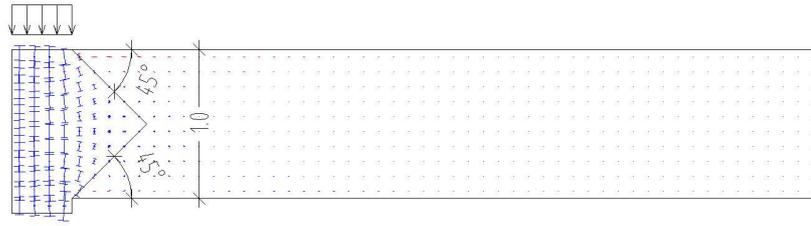
Dabei bedeuten, entsprechend *Bild 5*:

- d: Statische Nutzhöhe
- a: Abstand der Last vom Auflager
- a_F : Breite der Last
- a_L : Auflagerbreite
- α : Winkel der Druckstrebe zur Balkenachse.

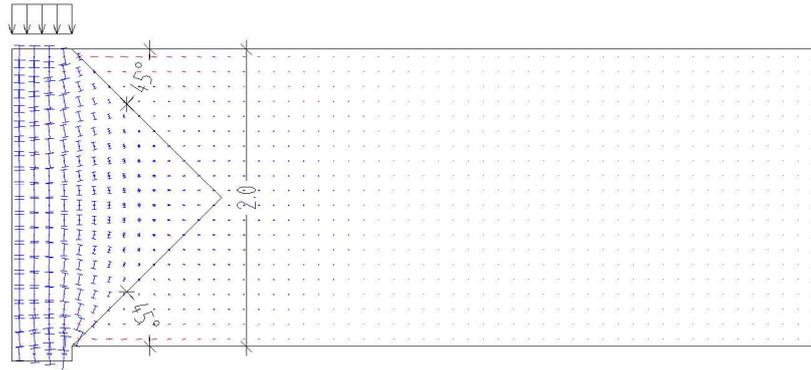
Um diese Gleichung noch weiter zu vereinfachen, wird der $\sin \alpha$ vernachlässigt und es folgt:

$$x_{\text{Spalt}} = \sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (2).$$

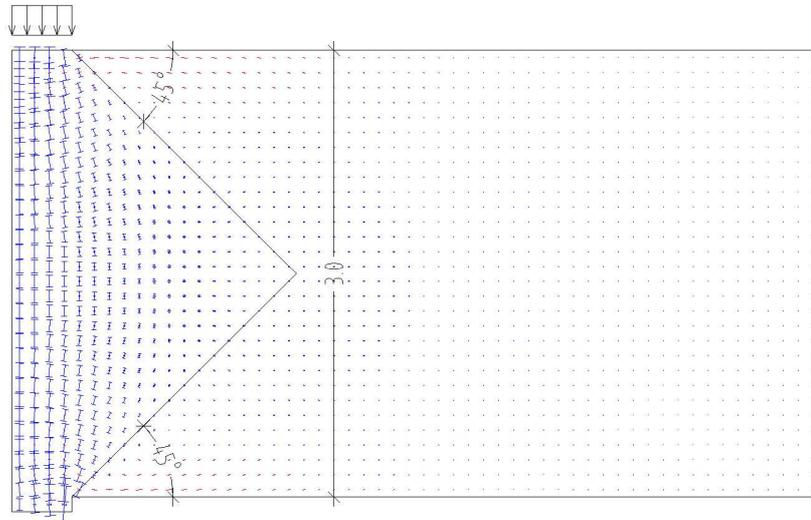
Die hier getroffene Vereinfachung ist auf Grund der Einschränkung auf $a \leq d$ - also $\sin \alpha > 0.7$ - und den in der Regel deutlich kleineren Abmessungen a_L und a_F gegenüber d durchaus vertretbar. Allerdings gilt die *Glg. (2)* nur, wenn sich die Last auch entsprechend ausbreiten kann. Bei Balken, die nicht über das Auflager oder die Lasteinleitungsfläche hinausgehen, das heißt, bei denen die Lastausbreitung nur in eine Richtung möglich ist, ist ein Ansatz nach *Glg. (2)* für $a < d$ nicht zutreffend. Allerdings kann in solchen Fällen auch von einer Lastausbreitung unter 45° , wenn auch nur einseitig, ausgegangen werden, wie die *Bilder 6.a bis 6.c* belegen. In den *Bildern 6.a bis 6.c* sind die Hauptspannungsverläufe aus drei FE-Berechnungen analog zu den obigen Berechnungen mit der Last direkt über dem Endauflager dargestellt.



a) Balkenhöhe 1,0 m



b) Balkenhöhe 2,0 m



c) Balkenhöhe 3,0 m

Bild 6: Hauptspannungsverteilung bei einseitiger Lastausbreitung und unterschiedlichen Balkenhöhen

Hier gilt dann:

$$\text{- für } a = 0 \quad x_{\text{Spalt}} = 0,5 \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (3)$$

$$\text{- für } a = d \quad x_{\text{Spalt}} = \sqrt{2} \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (4).$$

Unter Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Breite der Lastausbreitung und dem Lastabstand a lässt sich diese Breite bei einseitiger Ausbreitung $x_{\text{Spalt,eins}}$ damit folgendermaßen ausdrücken:

$$x_{\text{Spalt,eins}} = 0,91 \cdot a + 0,5 \cdot d + \frac{a_L + a_F}{2} \quad (5).$$

Auf die Erfassung der möglichen Lastausbreitung bei teilweisem Überstand wird, da diese Situation im üblichen Stahlbetonbau selten vorkommt und man bei Ansatz der Breite bei einseitiger Ausbreitung nach *Glg. (5)* auf der sicheren Seite liegt, verzichtet.

Die Stegdruckstrebe C_w lässt sich mit den Bezeichnungen nach *Bild 5* folgendermaßen berechnen:

$$C_w = \frac{\sqrt{d^2 + a^2}}{d} \cdot F \quad (6).$$

Dabei ist zu beachten, dass die Kraft F hier denjenigen Teil der Auflast darstellt, der über diese Druckstrebe zum Auflager geleitet wird, also die Querkraft in Richtung zum Auflager.

In den *Bildern 7.a bis 7.c* sind die Hauptspannungen in der Nulllinie der Querschnitte im Einflussbereich der Last für die drei FE-Modelle entsprechend den *Bildern 4.a bis 4.c* zahlenmäßig ausgewertet und grafisch dargestellt. Dabei stellt die vertikale Achse bei $x = 0$ die Mittelachse der Lasteinleitung dar. Die rötlich gezeichnete Kurve gibt die Hauptzugspannungen rechtwinklig zur Lasteinleitung σ_1 wieder, die blaue Linie die Hauptdruckspannungen σ_2 in Lastrichtung.

In den *Bildern 7.a bis 7.c* erkennt man, dass mit zunehmender Querschnittshöhe, das heißt mit zunehmender Lasteinflussbreite, die Spitzenwerte der Hauptspannungen stark abnehmen. Um diese Abnahme noch deutlicher zu machen, sind im *Bild 8* die Kurven der Spaltzugkräfte σ_1 nochmals gemeinsam in einem Diagramm dargestellt.

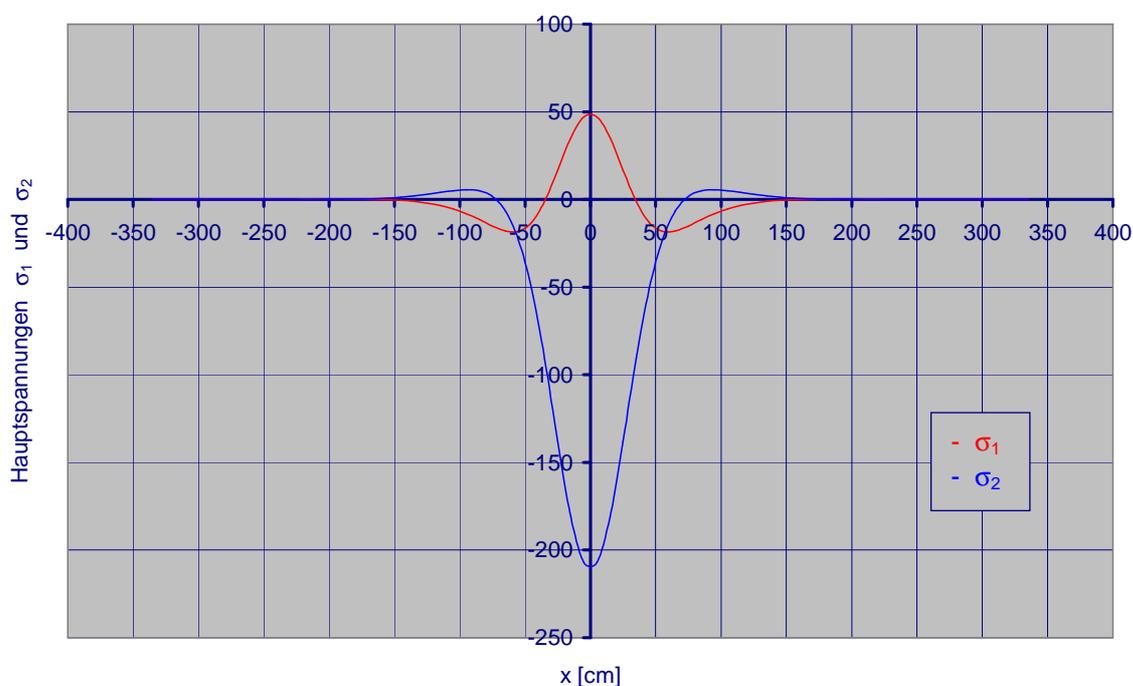


Bild 7.a: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 1,0 m

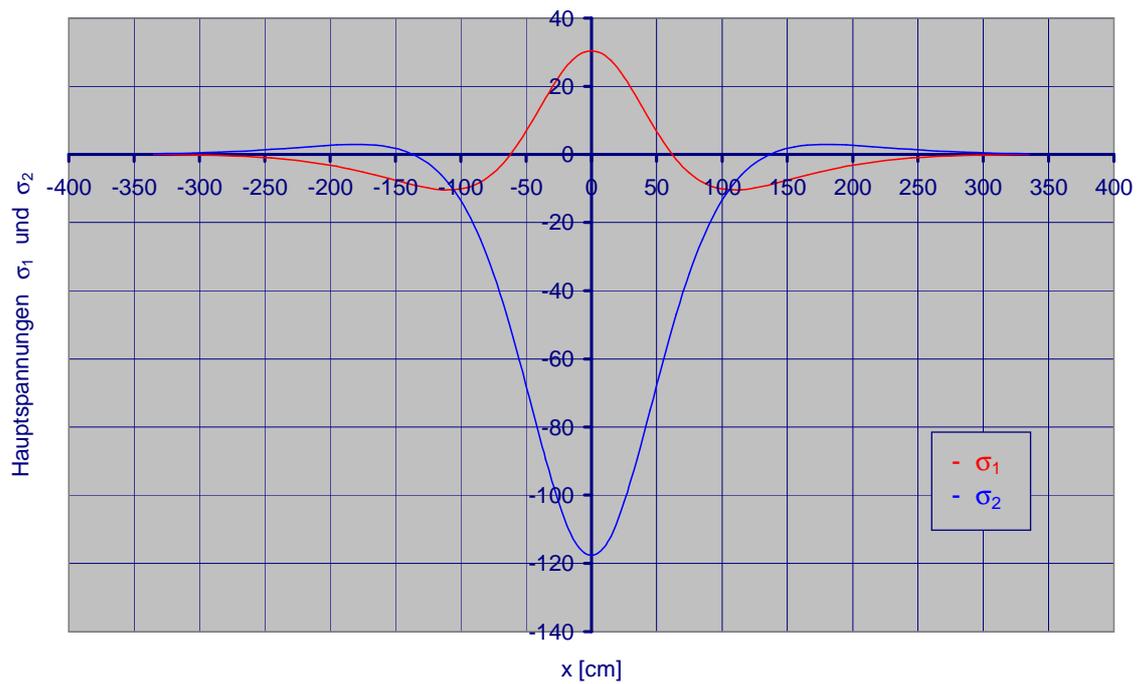


Bild 7.b: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 2,0 m

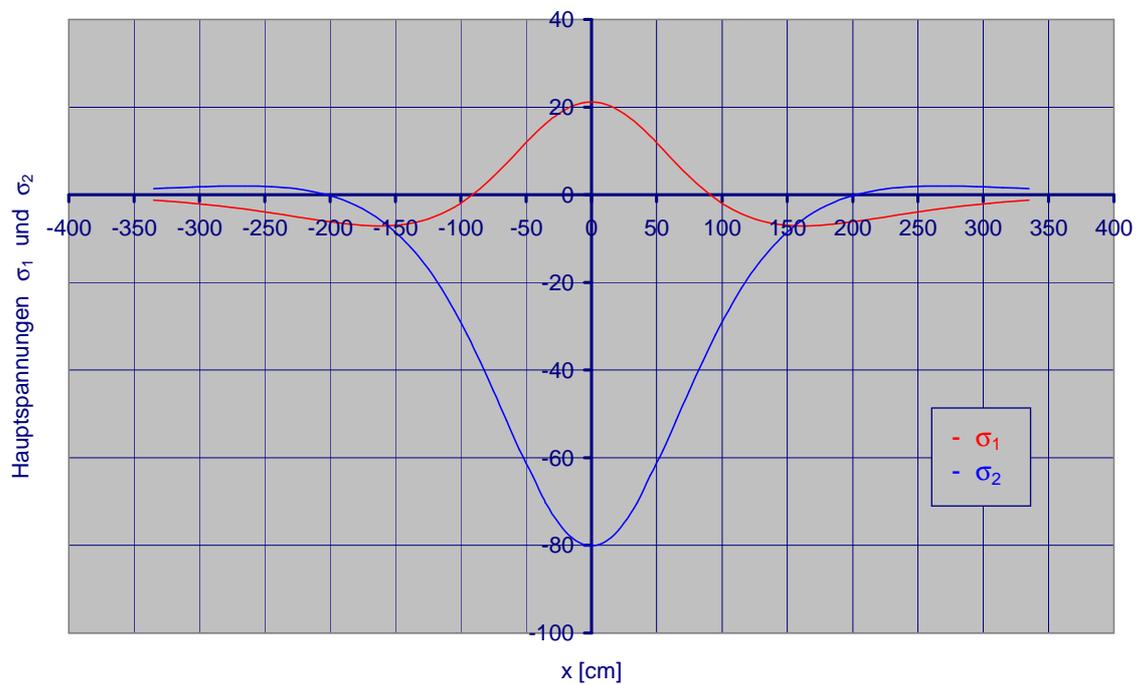


Bild 7.c: Hauptspannungen in der Nulllinie bei einer Balkenhöhe von 3,0 m

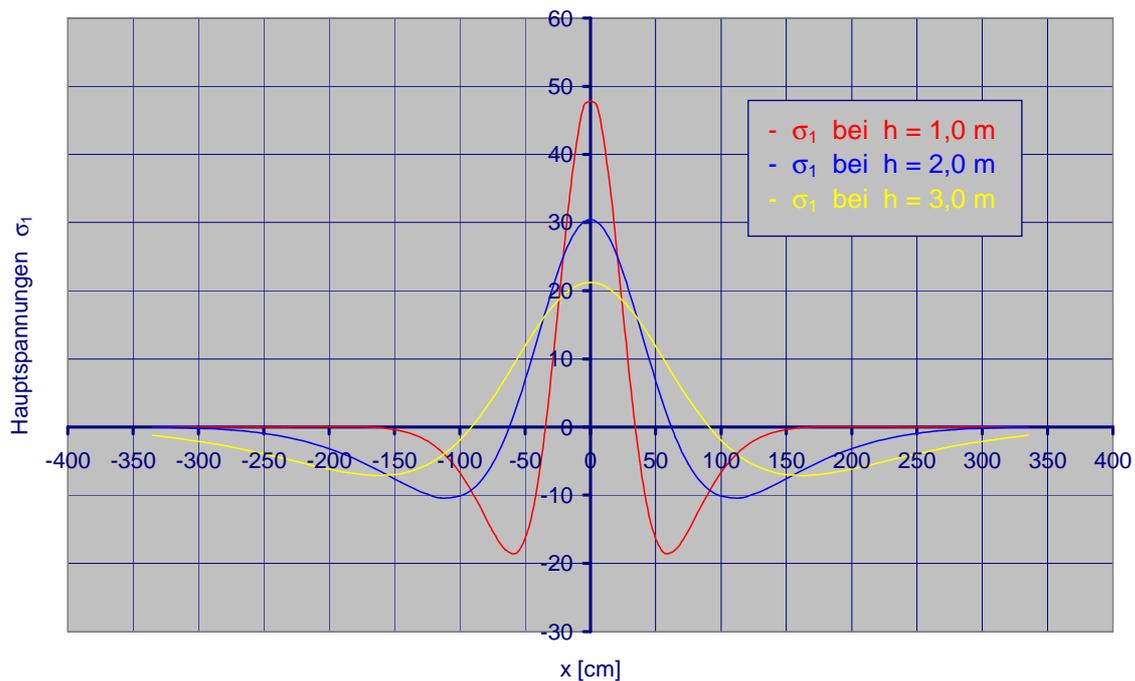


Bild 8: Hauptspannungen σ_1 in der Nulllinie

In *Tabelle 1* sind nun noch die Zahlenwerte der maximalen Hauptspannungen aus den FE-Berechnungen und ihr Verhältnis zueinander dargestellt. Man sieht, dass das Verhältnis von σ_1 / σ_2 , das der Querdehnzahl μ entspricht, hier mit ca. 0,25 im Mittel größer ist als der im Betonbau üblicherweise angenommene Wert von 0,2. Im Folgenden wird aber, um mit den Vorgaben der DIN 1045-1 [5] konform zu bleiben, abweichend von diesem Rechenergebnis, die Querdehnzahl zu $\mu = 0,2$ angenommen.

Tabelle 1: Maximale Hauptspannungen und ihr Verhältnis

Balkenhöhe	max σ_1	max σ_2	max $\sigma_1 / \max \sigma_2$
1,0	47,1	-207,0	0,23
2,0	30,1	-117,0	0,26
3,0	21,1	-79,9	0,26

Mit diesen Rechenergebnissen und der in den *Bildern 7.a bis 7.c* und *Bild 8* dargestellten Geometrie der Spannungsverläufe lässt sich, da hier $a = 0$ und somit $C_w = F$ ist, für die Ermittlung der maximalen Spaltzugspannung $\max \sigma_1$ folgende Bestimmungsgleichung entwickeln:

$$\max \sigma_1 = 2,5 \cdot \frac{\mu \cdot F}{b_w \cdot x_{\text{Spalt}}} \quad (7).$$

Durch Einsetzen der *Glg. (2)* wird daraus, da hier ja eine Lastausbreitung in beide Richtungen möglich ist:

$$\max \sigma_1 = 2,5 \cdot \frac{\mu \cdot F}{b_w \cdot \left(\sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \right)} \quad (8).$$

Die Ergebnisse aus dieser Gleichung für die drei obigen FE-Berechnungen sind in *Tabelle 2* den tatsächlichen Rechenergebnissen aus diesen Berechnungen, die schon in *Tabelle 1* abgebildet sind, gegenübergestellt. Die Querdehnzahl wird, wie oben beschrieben, zu $\mu = 0,2$ angenommen. Die Kraft F berechnet sich zu $100 \text{ kN/m} \cdot 0,4 \text{ m} = 40 \text{ kN}$ und die Breite b_w ist $0,3 \text{ m}$. Der Lastabstand a ist in diesen Fällen 0 , die statische Nutzhöhe d variiert und die Breite der Last a_F ist gleich der Auflagerbreite a_L und beträgt $0,4 \text{ m}$.

Tabelle 2: Vergleich der Berechnungsergebnisse nach *Glg. (8)* und den tatsächlichen Rechenergebnissen aus den FE-Berechnungen

Balkenhöhe	max σ_1 aus Glg. (8)	max σ_1 aus FE-Berechnung	Glg. (8) / FE
1,0	47,6	47,1	1,01
2,0	27,8	30,1	0,92
3,0	19,6	21,1	0,93

Die Ergebnisse zeigen, dass die angenäherte *Glg. (8)* die tatsächlichen Werte für eine mit Sicherheitsfaktoren behaftete Bemessung im Stahlbetonbau ausreichend genau abbildet. Gibt man nun die Bemessungszugfestigkeit des Betons vor und setzt die allgemeine Stegdruckstrebe C_w nach *Glg. (6)* für die Last F ein (das heißt, für die Querkraft aus der Einzellast), kann man die Bemessungsquerkraft in Folge einer Einzellast im Abstand $a \leq d$ bei **voller Lastausbreitung** nach folgender Gleichung bestimmen:

$$\begin{aligned} V_{Rd,ct,e1} &= \frac{b_w \cdot d \cdot \left(\sqrt{d^2 + a^2} + \frac{a_L + a_F}{2} \right)}{2,5 \cdot \mu \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \cdot f_{ctd} \\ &= \frac{b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right)}{2,5 \cdot \mu} \cdot f_{ctd} \\ &= \frac{0,4}{\mu} \cdot b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right) \cdot f_{ctd} \end{aligned} \quad (9).$$

Mit $\mu = 0,2$ nach DIN 1045-1 [5] wird daraus:

$$V_{Rd,ct,e1} = 2 \cdot b_w \cdot d \cdot \left(1 + \frac{a_L + a_F}{2 \cdot \sqrt{d^2 + a^2}} \right) \cdot f_{ctd} \quad (10).$$

Bei einseitig **beschränkter Lastausbreitung** folgt aus *Glg. (7)* mit *Glg. (5)* und *Glg. (6)* ebenfalls unter der Annahme $\mu = 0,2$ nach DIN 1045-1 [5]:

$$V_{R,ct,e1,eins} = b_w \cdot d \cdot \frac{1,82 \cdot a + d + a_L + a_F}{\sqrt{d^2 + a^2}} \cdot f_{ctd} \quad (11).$$

Um einen Vergleich mit einem realen Stahlbetonbalken zu haben, wird der Balken 1 aus [2], bei dem die Last in einem Abstand $a = d = 0,27$ m angreift, und der über das Auflager hinaus steht, untersucht. Die Balkenbreite ist 0,19 m und die Lagerbreite entspricht der Lastbreite mit $a_L = a_F = 0,13$ m. Setzt man nun als Bemessungszugfestigkeit die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} an, die beim Balken 1 etwa 2,82 MN/m² beträgt, ergibt sich für die aufnehmbare Querkraft $V_{R,ct,e1}$ nach *Glg. (10)* ca. 388 kN. Die tatsächliche Bruchlast im Versuch betrug ca. 396 kN. Das heißt, die rechnerische Bruchlast nach *Glg. (10)* weicht beim Balken 1 aus [2] nur um ca. 2 % von der tatsächlichen Bruchlast ab. Selbstverständlich ist hier anzumerken, dass es sich bei diesem Vergleich nur um eine erste Überprüfung der aufgestellten Bestimmungsgleichung handeln kann. Um fundiertere Ergebnisse zu erhalten, sind, wie bereits erwähnt, weitere Versuchsreihen zu empfehlen.

3. Zusammenfassung

Die hier vorgestellten Zusammenhänge zeigen eine völlig neuartige Betrachtungsweise der Stegbeanspruchung bei auflagernahen Einzellasten auf, das heißt, bei Lasten, die in einem Abstand $a \leq 2 \cdot d$ vom Auflager angreifen. Es wurde ein Bemessungsmodell entwickelt, das allein auf physikalischen und nicht auf empirisch ermittelten Grundlagen beruht. Weiterhin wurde gezeigt, dass sich in D_{e1}-Bereichen grundlegend andere Spannungszustände als in Biegebereichen einstellen. Es erscheint somit zumindest aus wissenschaftlicher Sicht nicht sinnvoll, die unterschiedlichen Tragmechanismen durch einen einheitlichen Bemessungswert abzubilden. Dies konnte auch für andere D-Bereiche, zum Beispiel Lasteinleitungsbereiche (vgl. auch [1] und [6]), Einzellasten in Wechselwirkung mit Endauflagern oder Einzellasten der Nähe von Momentennullpunkten, festgestellt werden.

Der Vergleich mit einem tatsächlichen, dokumentierten Versuchsergebnis, hier der Balken 1 von *Leonhardt* und *Walther* aus [2], zeigt, dass das vorgestellte Bemessungsmodell für Einzellasten, die in einem Abstand $a \leq d$ vom Auflager angreifen, die tatsächliche Tragfähigkeit relativ genau wiedergibt. Selbstverständlich stellt dieser Vergleich keines Falls einen allgemeinen Nachweis der Richtigkeit dieses Modells dar, er weist jedoch darauf hin, dass dieses neuartige Bemessungsmodell in die richtige Richtung geht. Leider reichen die dokumentierten Versuchsergebnisse, die den Verfassern bekannt sind, nicht aus, um die Richtigkeit dieses Modells hinreichend zuverlässig nachzuweisen. Ebenso liegen auch zur Entwicklung entsprechender Tragmodelle für Einzellasten, die in einem Abstand $d \leq a \leq 2 \cdot d$ vom Auflager angreifen, nicht genügend dokumentierte Versuchsergebnisse vor. Hier besteht somit noch weiterer Forschungsbedarf.

Literatur

- [1] Rojek, R.: Zum Tragverhalten von Stahlbetontragwerken unter auflagernahen Einzellasten.
Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [2] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [3] Kordina, K. und Blume, F.: Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 364, Berlin 1985.
- [4] Rojek, R.: Zur Rissentwicklung in Biegebereichen von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung.
Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [5] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton;
Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Juli 2001.
- [6] Rojek, R.: Zur Rissentwicklung und neuartige Tragmodelle von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung unter Einzellasten.
Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.